
Разбор задачи «Простой прямоугольник»

Автор идеи: Демид Кучеренко Разработка задачи: Николай Ведерников

Для начала, давайте каждое простое число заменим на единицу, а каждое непростое на ноль, $a[i][j] = isPrime(a[i][j])$. Надо уметь проверять на простоту, за корень от числа. Теперь мы получили матрицу из нулей и единиц.

Далее, на полученной матрице из нулей и единиц, давайте посчитаем префиксные суммы, $sum[i + 1][j + 1] = sum[i][j + 1] + sum[i + 1][j] - sum[i][j] + a[i][j]$. С помощью префиксных сумм мы сможем отвечать на количество единиц в прямоугольнике $(x1, y1), (x2, y2)$, $sum[x2 + 1][y2 + 1] + sum[x1][y1] - sum[x2 + 1][y1] - sum[x1][y2 + 1]$.

Последним шагом, давайте переберем левый верхний угол прямоугольника и правый нижний. Если количество единиц в этой матрице равен площади прямоугольника, то этот прямоугольник кандидат на ответ. Среди всех таких прямоугольников, выберем прямоугольник с наибольшей площадью.

Время работы: $O(n^2 * sqrt(10^6))$ — чтобы проверить каждое число на простоту, $O(n^2)$ — на построение префиксных сумм, а так же $O(n^4)$ — перебор углов прямоугольника. Итоговое время работы при $n = 100$ составляет $O(n^4)$.

Находить в матрице максимальный по площади прямоугольник из единиц можно и за время $O(n^2)$, но это не требовалось в этой задаче https://e-maxx.ru/algo/maximum_zero_submatrix