

Разбор задачи «Подарок Диппера»

Составим граф из всех букв и проведем ребра между разными буквами минимальной ценой замены. Посчитаем минимальное расстояние в графе изменений алгоритмом Флойда-Уоршелла за $O(a^3)$, где a — размер алфавита. Расстояние между вершиной a и b в графе соответствует минимальному количеству монет, которое необходимо, чтоб получить из символа a символ b .

Рассмотрим делители n , только такие числа являются кандидатами на k -строку из n символов. Таких подходящих k будет порядка $O(\sqrt[3]{n})$.

Будем решать для каждого k отдельно. Рассмотрим букву на позициях i , для каждого $i \bmod k$ посчитаем количество букв стоящих на таких позициях. Решаем независимо для каждого остатка от деления на k . Для этого переберем букву, которая будет стоять на этих позициях и посчитаем суммарную цену замены на необходимую букву.

Разбор задачи «Конвейер»

Нужно найти сумму чисел. Если она меньше нуля, конвейер сдвинется влево, если равна нулю, вернется в исходное положение, а если больше нуля — сдвинется вправо.

Разбор задачи «Шкаф для обуви»

Впишем условия для пары обуви размера $size$ стоящей на полки с высотой h_i :

$$\frac{height}{k} \leq h_i \leq height \Leftrightarrow h_i \leq height \leq h_i \cdot k$$

$$\frac{height}{m_1} \leq size \leq \frac{height}{m_2}$$

Подставляя неравенство на $height$, получаем, что должны выполняться два условия:

$$\frac{h_i}{m_1} \leq size \Leftrightarrow h_i \leq size \cdot m_1$$

$$size \leq \frac{h_i \cdot k}{m_2} \Leftrightarrow size \cdot m_2 \leq h_i \cdot k$$

Проверяя эти два условия независимо для каждой пары обуви, находим ответ.

Разбор задачи «Дневник Гравити Фолз»

Зная размеры страниц и размеры букв можно понять, какое максимальное количество букв k может помещаться на странице $k = (w/a) * (h/b)$. Зная сколько букв может находиться на каждой странице, мы можем теперь легко посчитать ответ — n/k .

Правда, может остаться еще некоторое количество букв, меньшее k , которые занимают неполную страницу. В этом случае итоговое количество страниц будет $n/k + 1$.

Разбор задачи «Цифровая загадка»

Для начала заметим, что наиболее выгодно заменять цифры на 9. При этом, логично, что не нужно заменять 9-ки.

Дальше заметим, что чем больше разряд, тем выгоднее его заменить, так например, в числе 85 выгоднее заменить 8-ку, чем 5-ку.

Еще один полезный факт — понять, что в одинаковых разрядах выгоднее заменять меньшую цифру. Данный факт можно было понять из первого примера в условии.

Чтобы решить задачу, нужно преобразовать число в сумму разрядных слагаемых. Для примера $123 = 100 + 20 + 3 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$. Положим все такие слагаемые в массив, задавая их парой из цифры и степени 10-ки: (1, 2), (2, 1), (3, 0).

И наконец, отсортируем этот массив, сначала по уменьшению степеней 10-ки, а потом по увеличению цифры, и выбрать первые k элементов. Для каждой пары (x, y) к ответу прибавим $(9-x) \cdot 10^y$.

P. S. Можно сразу положить в массив $(9-x) \cdot 10^y$ и сортировать уже такие числа.

Разбор задачи «В поисках неизведанного»

Маршруты, о которых говорится в данной задаче — гамильтоновы пути. То есть пути, которые проходят через каждую вершину данного графа ровно по одному разу. Заметим, что если путь w подходит, то «развернутый» путь \tilde{w} (вершины в котором следуют в обратном порядке) — тоже подходит, так как пути считаются различными, если последовательности вершин в них неодинаковы.

Тогда общее количество таких путей всегда четно. Кроме случая когда $n = 1$, тут ответ, очевидно, равен 1.

Разбор задачи «Тайная комната»

Преобразуем неравенство из условия: $a_i + i < a_j + j$. Теперь нужно найти такое максимальное количество элементов массива, что для каждой пары элементов выполняется следующее: сумма значения и индекса одного элемента меньше, чем сумма значения и индекса другого.

Прибавим к каждому элементу массива его индекс и получим новый массив b . В полученном массиве нужно найти такое максимальное количество элементов, что в каждой паре значение одного элемента строго меньше значения другого, то есть необходимо просто посчитать длину наибольшей возрастающей последовательности в массиве b .

Разбор задачи «Очередь к аттракциону»

Несложно заметить, что Диппер должен войти в игру перед первым сдвигом. При этом, если количество колонн нечетное, он должен войти после последнего человека, который войдет в игру до сдвига, а если четное, то сразу же.