Разбор задачи «Книжная полка»

Заметим, что выгодно ставить книги на максимальном возможное расстояние от предыдущей. По теореме Пифагора посчитаем это расстояние. $\sqrt{h^2 - (\frac{h}{2}^2)} = \sqrt{\frac{3}{4}h^2}$. Затем поделим r на целую часть полученного числа и учтем остаток.

Разбор задачи «Без девяток»

Первое, что нужно понять — задачу на отрезке от l до r можно свести к задачам на отрезке от 1 до l и от 1 до r. Так как $F(l..r) = F(1..r) - F(1..(l-1))$

Теперь нужно научиться считать количество чисел от 1 до какого-то r. Заметим, что числа, в которых нет девяток — это числа в девятеричной системе счисления. Воспользуемся теперь тем, что границы l и r не имеют девяток в своем представлении. Следовательно, все что там остается сделать — это перевести входные данные в десятичную систему счисления и вывести их разность.

К сожалению, $F(l..r) = F(1..r) - F(1..(l-1))$ данная формула будет не совсем правильно работать в контексте данной задачи, так как значение $l - 1$ может содержать девятки. Поэтому ответом на задачу будет являться $F(r) - F(l) + 1$, где $F(n)$ —десятичное представление девятеричного числа n.

Разбор задачи «Восстановление пароля»

Заметим, что значения символов строки нисколько не ограничивают ответ — по начальному положению курсора и входным данным всегда можно найти начальную строку.

Если длина строки $\geqslant 2$, то можно составить пары сдвигов (`влево, вправо`) — их количество составит $min(l, r)$ (по очереди сдвигать курсор влево и вправо). Остальные $|l - r|$ сдвигов должны уместиться в строке, поэтому если $|l - r| > n - 1$, то ответа не существует. Если $l > r$, то можно выбрать конец строки в качестве начальной позиции, иначе начало строки.

Отдельно рассмотрим случай, когда строка состоит из одного символа.

Чтобы подобрать строку, из которой могла данными действиями получится данная. Можно предположить, что все изменения буквы были сделаны в стартовой позиции, а потом уже были переводы курсора. Так как буквы переключаются по циклу, можно не умоляя общности сказать, что изменений буквы было $k \mod 26$. После чего «откатить» текущую букву назад на нужно число.

Разбор задачи «Прибытие Таноса»

Заметим, что перестановок из 8 цифр всего 8!, то есть 40320. Значит можно просто перебрать все перестановки из 8 цифр, и проверить, что первые 4 образуют корректный год, следующие две цифры образуют корректный месяц, а последние две цифры образуют корректный день в этом месяце. Что бы перебрать все перестановки, достаточно написать рекурсивный перебор или воспользоваться стандартный функцией *next_permutatuoion* в c++, или аналогичными в других языках. Что бы вывести только уникальные даты, достаточно их положить в стандартную структуру данных множество, например *set* в c++.

Разбор задачи «Зал брони»

Пусть мы выбрали точку в которой будет располагаться люк. Тогда если увеличить эту координату на единицу, сумма расстояний до нее от всех костюмов увеличится на число костюмов, которые находятся в меньших координатах и уменьшится на количество костюмов, которые до увеличения находились в больших координатах.

Отсюда получим, что если можно поставить люк между какими-то двумя отсеками, можно поставить в каком-то из них, и ответ не ухудшится.

Тогда переберем все точки, в которых находится хотя бы один отсек, поддерживая сколько костюмов находятся до и после текущей координаты. И таким образом найдем оптимальную точку.

`Замечание:` Из выше описанных рассуждений можно заметить, что оптимальный ответ всегда будет достигаться в первой координате, такой что сумма костюмов в ней и предыдущих точках больше либо равна половине всех костюмов.

Разбор задачи «Ресторан»

Сперва для каждого ресторана нужно выписать тройку чисел – какое место этот ресторан занимает в списке каждого из мстителей. После этого сравнивать пару ресторанов становится очень

легко – тот у которого хотя бы два числа из тройки меньше, тот и лучше. А значит можно поступить так: сперва одним проходом найти потенциально-лучший ресторан (каждый раз сравнивать текущий лучший с новым и обновлять, если потребуется), а затем еще одним проходом проверить является ли этот ресторан действительно лучшим. Сложность этого решения всего $O(N)$.