Разбор задачи «Секрет Драконьего глаза»

Для решения первой подзадачи достаточно перебрать все пары подотрезков и проверить все указанные в задаче условия. Такое решение будет работать за $O(|s|^5)$.

Для решения второй подзадачи решение можно соптимизировать следующими способами:

- достаточно перебирать только подотрезки одинаковой длины
- считать сумму на каждом отрезке можно с помощью префиксных сумм

Таким образом, для решения второй подзадачи сначала следует перебрать общую длину отрезков, затем левые концы обоих отрезков, а после этого проверить все указанные в задаче условия, считая сумму на каждом отрезке с помощью предподсчитанных $p_i = \sum_{j=1}^{j=i} s_i$. Такое решение будет работать за $O(|s|^3)$.

Для решения третьей подзадачи можно еще больше соптимизировать решение: перебрав общую длину отрезков l, сгруппируем все отрезки длиной l по значению суммы на них. После этого, перебрав левую границу одного отрезка, мы можем легко узнать, есть ли еще один отрезок длиной l с такой же суммой. Таким образом, получаем решение за $O(|s|^2)$.

Однако, чтобы решить задачу на полный балл, нужно использовать другое решение. Для начала посмотрим на символы по краям строки — s_1 и s_n. Если они одинаковые, то мы сразу получаем ответ на задачу: подотрезки $[1, n-1]$ и $[2, n]$ удовлетворяют всем условиям задачи и имеют максимально возможную длину. Теперь рассмотрим случай, когда эти символы различны. Предположим, что $s_1 = 0$, а $s_n = 1$.

Найдем минимальный индекс i, такой, что $s_i = 1$, а также максимальный индекс j, такой, что $s_j = 0$ (то есть все символы перед s_i равны 0, а все символы после s_j равны 1). Утверждение: ответ на задачу — либо пара отрезков $[1, j-1]$ и $[2, j]$, либо пара отрезков $[i, n-1]$ и $[i+1, n]$. Почему?

Во-первых, несложно заметить, что обе эти пары отрезков удовлетворяют всем условиям задачи. Во-вторых, предположим, что существует ответ лучше — пара отрезков $[l_1, r_1]$ и $[l_2, r_2]$ с большей длиной, удовлетворяющая условию. Тогда несложно доказать, что $l_1, l_2 \leqslant i$, а также $r_1, r_2 \geqslant j$, что означает, что у обоих отрезков есть общая часть $[i, j]$. Оставшиеся же части отрезков состоят либо из одних нулей ($[l_1, i)$ и $[l_2, i)$), либо из одних единиц ($(j, r_1]$ и $(j, r_2]$). А из того, что и суммы, и длины у отрезков должны быть одинаковые, несложно доказать, что тогда $l_1 = l_2$ и $r_1 = r_2$, что противоречит условию о том, что отрезки должны быть разными.

Таким образом, оптимальный ответ — одна из двух пар отрезков $[1, j-1]$ и $[2, j]$, или $[i, n-1]$ и $[i+1, n]$. Суммарная асимптотика решения — $O(|s|)$.