Разбор задачи «Хорошее подмножество»

В данной задаче ограничения на числа $a_i \leqslant 10^{18}$.

В данных ограничениях задачу можно решать следующим образом:

Проверим как НОД все простые $\leqslant 10^6$. Для этого для каждого простого в этом интервале проверим, сколько чисел на него делится, разделим эти числа на максимальную степень этого простого, на которую он делится. И прорелаксируем ответ количеством.

Теперь все числа состоят не больше чем из двух различных простых множителей.

Далее утверждается, что как возможный НОД в ответе достаточно рассмотреть только попарные НОДы чисел.

Таким образом можно выделить все различные НОДы пар, и проверить количество чисел, которые на них делятся, прорелаксировав этими величинами ответ.

Авторское решение работает при больших ограничениях на числа, к примеру $a_i \leqslant 10^{36}$.

Для того чтобы решить задачу в таких ограничениях давайте поддерживать неразделимые «группы», такое множество попарно взаимно простых чисел, что каждое данное число можно представить в виде произведения чисел из этого множества.

Очевидно, в этом множестве не больше чем $C \cdot n$ чисел, где C — максимальное количество разных простых, которые есть в числах. В ограничениях $a_i \leqslant 10^{18}$, $C = 15$, очевидно, при $a_i \leqslant 10^{36}$, $C \leqslant 30$, но на самом деле меньше

Как найти эти группы? Давайте добавлять числа по одному и поддерживать это разбиение для текущего префикса чисел. При добавлении нового числа x, если найдется число y из множества, которое имеет НОД g больший, чем один, с данным числом, можно заменить это число y из группы на g, и попытаться добавить в группу числа $\frac{x}{g}$ и $\frac{y}{g}$. Если же в какой-то момент мы пытаемся добавить в группу число 1, следует выйти. Авторское решение производит добавления в группу с помощью рекурсивного алгоритма.

Таким образом за $O(C \cdot n^2)$ можно найти эти неразделимые группы, а затем для каждой группы посчитать количество чисел, которые делятся на это значение, и прорелаксировать этим ответом.