
Ленивые лесорубы

Заметим, что набор отрезков подходит, то есть уменьшает высоту на каждом единичном отрезке на целое число метров, если каждый единичный отрезок покрывается четным числом отрезков. Для этого, необходимо и достаточно, чтобы каждая точка встречалась как конец отрезка чётное число раз. Докажем это:

- Пусть есть набор отрезков, при котором каждая точка встречается как конец отрезка чётное число раз. Пусть есть единичные отрезки, которые покрыты нечётным числом отрезков. Рассмотрим самый левый из них, пусть это отрезок $[x, x + 1]$. Тогда соседний слева отрезок, $[x - 1, x]$, покрыт чётным числом отрезков. Множество отрезков, покрывающих $[x, x + 1]$, получается из множества отрезков, покрывающих $[x - 1, x]$, удалением отрезков, закончившихся в x , и добавлением отрезков, начавшихся в x . Иными словами, $n_{[x, x+1]} = n_{[x-1, x]} - e_x + b_x$. Мы знаем, что $n_{[x-1, x]}$ и $(e_x + b_x)$ — чётны. По модулю 2, сложение эквивалентно вычитанию. Значит, $(e_x - b_x)$ — тоже чётно. Поэтому, $n_{[x, x+1]}$ — чётно. Противоречие.
- Необходимость доказывается аналогично. Нужно рассмотреть минимальное x , встречающееся как конец отрезка нечётное число раз.

Теперь мы свели задачу к такой: дан массив пар чисел, посчитать количество отрезков массива, на которых каждое число встречается четное число раз. Заменяем все числа таким образом, чтобы их значения стали целыми числами от 0 до $k - 1$, где k — количество различных чисел. Будем идти слева направо и для текущего префикса поддерживать двоичный вектор $pref$ длины k , $pref_i$ равно количеству раз, которое встречается число i на текущем префиксе, по модулю 2. Все значения аналогичного вектора, построенного для отрезка, являющегося ответом, равны 0. Вектор для отрезка $[l, r]$ равен поэлементному хог-у векторов для префикса r и префикса $l - 1$. Поэтому, для каждого префикса нужно прибавить к ответу количество предыдущих префиксов, в которых вектор совпадал с текущим. Для этого можно вместе с вектором поддерживать хеш вектора. При добавлении очередной пары, хеш пересчитывается за $O(1)$. Количество префиксов с каждым значением хеша можно хранить в хеш таблице.