
Малефисумма

Давайте рассмотрим каждую тройку индексов (i, j, k) в сумме и зафиксируем j . Для фиксированного j в сумму входят произведения по всем $i < j$ и всем $k > j$.

Иными словами, перепишем нашу сумму как:

$$\sum_{j=1}^n \left(a_j \cdot \sum_{i < j, k > j} a_i \cdot a_k \right)$$

Поскольку выбор i и k не зависят друг от друга, можно переписать это как

$$\sum_{j=1}^n \left(a_j \cdot \left(\sum_{i=1}^{j-1} a_i \right) \cdot \left(\sum_{k=j+1}^n a_k \right) \right)$$

Заметим, что теперь каждое такое слагаемое можно считать за $\mathcal{O}(1)$ с $\mathcal{O}(n)$ предподсчета. Посчитаем префиксные суммы $b_i = a_1 + \dots + a_i$ в одном цикле как $b_i = b_{i-1} + a_i$. Тогда теперь нам осталось просуммировать слагаемые вида

$$a_j \cdot b_{j-1} \cdot (b_n - b_j)$$

по всем j от 1 до n . Суммарное время работы — $\mathcal{O}(n)$.