

Крупная закупка

Сформулируем задачу кратко: дано n видов оружия, требуется купить m штук, из которых найдется хотя бы k разных видов. При этом требуется максимизировать суммарную мощность оружия, а при равной мощности минимизировать максимальное количество оружия одного вида.

Первым шагом отсортируем виды оружия по убыванию мощности. Пусть теперь $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$. Заметим, что имеют место следующие факты:

1. в каком-то оптимальном наборе есть хотя бы по одному экземпляру оружия каждого из первых k видов (потому что всего есть хотя бы k различных видов, и не уменьшая суммарную мощность можно заменить все оружие мощности a_i на оружие мощности $a_{j < i}$)
2. если $a_1 = a_2 = \dots = a_i \neq a_{i+1}$, то больше одного экземпляра можно брать только у видов $1 \dots i$, потому что в ином случае суммарная мощность будет не максимальна
3. таким образом, если $i \leq k$, следует взять по одному экземпляру каждого из первых k видов, а оставшиеся $m - k$ наиболее равномерно распределить по первым i видам
4. если же $i > k$, то выгодно наиболее равномерно распределить все m штук по первым i видам, так как это минимизирует максимальное количество одного и того же вида

Подгруппа (1) решалась первыми двумя наблюдениями, достаточно было понять, что надо взять по одному экземпляру каждого из k наиболее мощных видов, и еще $m - k$ экземпляров самого мощного.

Подгруппа (2) требовала выбрать по одному экземпляру каждого из k максимальных видов, а в подгруппе (3) следовало заметить, что если первые $i > k$ видов одинаковы по мощности, в оптимальном ответе будет i видов, а не k .

Полное решение заключается в проверке отношения между k и количеством максимальных по мощности видов оружия i , и выводе $\max(i, k)$ первых видов и распределения оставшихся $m - \max(i, k)$ экземпляров примерно поровну (с отличием количества разных видов не более, чем на один) по i абсолютно максимальным по мощности видам оружия.