Большое задание

Автор задачи и разработчик: Николай Будин

В задаче было дано дерево, каждая вершина которого покрашена в один из m цветов. Требовалось посчитать количество связных подграфов, которые содержат вершины всех цветов.

Для решения этой задачи, можно воспользоваться формулой включений-исключений. Переберем подмножество цветов s и найдем количество связных подграфов, которые не содержат вершины, не принадлежащие множеству s. Пусть это количество равно $f(s)$. Тогда ответом является:

$$\sum_{s=0}^{2^m-1} f(s) \cdot (-1)^{m-|s|}$$

Чтобы лучше понять, почему эта формула работает, рассмотрим несколько слагаемых. Слагаемое $f(2^m - 1)$ это просто количество всех связных подграфов. Вычтем из них те, в которых нет цвета x, потому что они нам не подходят — для этого в сумме есть слагаемые $-f(2^m - 1 - 2^x)$. Однако, теперь мы дважды вычли подграфы, в которых нет ни цвета x, ни цвета y ($x \neq y$). Прибавим их один раз — слагаемое $f(2^m - 1 - 2^x - 2^y)$. И так далее.

Теперь научимся вычислять $f(s)$. Оставим в дереве только вершины, цвет которых находится в множестве s. Ответом является сумма по всем компонентам связности количество различных связных подграфов в компоненте. Поэтому, осталось научиться считать количество связных подграфов в дереве. Это делается простой динамикой по поддеревьям. Значение $dp[v]$ равно количеству различных связных подграфов, лежащих в поддереве v и содердащих v.