
Разбор задачи «Монетки»

Автор и разработчик задачи: Даниил Голов

Нам дана последовательность из n цифр 0 или 1. Затем, продолжается следующий процесс:

- Если последовательность не содержит 1, процесс останавливается.
- Иначе, пусть k — количество 1. Инвертируется элемент на позиции k (в 1-индексации).

Нужно либо сказать, за какое количество операций процесс остановится, либо, что он будет продолжаться бесконечно.

Рассмотрим инвертирование элемента на позиции k . Заметим, что до инвертирования существовал элемент на позиции $\geq k$, равный 1. Пусть он находился на позиции q . Тогда сначала $q - k$ раз мы заменим 0 на 1 на позициях $[k, q)$, затем элемент на позиции q поменяется с 1 на 0, и затем еще $q - k$ раз мы заменим 1 на 0 на позициях $[k, q)$. Таким образом, мы сделаем $(q - k) \cdot 2 + 1$ операций, после чего количество единиц уменьшится на 1. Отсюда следует, что процесс всегда конечный. А также, отсюда понятен алгоритм решения задачи за время $O(n \cdot \log(n))$. Нужно поддерживать множество позиций 1, и за один раз обрабатывать удаление одной единицы.