Лемурьи вечеринки

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

Для решения этой задачи достаточно переформулировать ее в терминах сочетаний. Если C_a^b — число способов выбрать b элементов из a различных, то ответом на задачу будет

$$\sum_{t=0}^{k} C_k^t \cdot C_{k-t}^{n-2t}$$

Действительно, нам надо выбрать на n мест различными способоми какие виды лемуров будут представлены двумя лемурами, а какие — одним. Переберем количество «пар» лемуров t. Для фиксированного t: выбрать t пар можно C_k^t способами, а на оставшиеся $n-2t$ места надо разместить по одному лемуру из некоторых из оставшихся $k-t$ видов.

Теперь вспомним, что $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (где $x!$ — произведение всех чисел от 1 до x. Пользуясь модульной арифметикой, предподсчитаем $\texttt{frac}[\texttt{i}] = i! \bmod M$ (где за M обозначен простой модуль 10^9+7) как $\texttt{frac}[i+1] = \texttt{frac}[i] \cdot (i+1) \bmod M$.

Чтобы реализовать деление, воспользуемся расширенным алгоритмом Евклида для нахождения обратного по простому модулю и запомним все обратные к факториалам, после чего C_n^k можно считать за $\mathcal{O}(1)$, используя предподсчитанные значения факториалов и обратных к ним величин по модулю M. Суммарное время работы — $\mathcal{O}(n \log n)$ на предподсчет (при этом $\log$ — достаточно завышенная оценка) и $\mathcal{O}(n)$ на вычисление ответа.