# Черные и белые

*Автор идеи: Мухаммаджон Хакимов, разработчик задачи: Григорий Хлытин*

Если будем считать формулу итеративно, получим вердикт `TL`, т.к. такое решение будет работать за время $\mathcal{O}(n)$, где $n$ — количество ходов в игре ($1 \leqslant n \leqslant 10^{18}$).

Заметим, что если расписать формулу искомой вероятности как $p = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$, что равно $\left(\frac{2^2-1}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{3^2-1}{3^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{(n+1)^2-1}{(n+1)^2}\right)$. Если раскрыть числители как разность квадратов, получим

$$p = \left(\frac{(2-1)(2+1)}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{(3-1)(3+1)}{3^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{((n+1)-1)((n+1)+1)}{(n+1)^2}\right)$$

Сокращаем знаменатели всех дробей, кроме крайних, с числителями соседних и получаем ответ

$$p = \frac{n+2}{2(n+1)}$$

Так как числа $n+2$ и $n+1$ всегда взаимно просты, то чтобы получить несократимую дробь, остается только рассмотреть случай $(n+2) \bmod 2 = 0$, когда надо разделить числитель и знаменатель на 2. Суммарное время работы — $\mathcal{O}(1)$.