

Задача А. Форма Крома

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам дана булева функция в форме Крома, требуется проверить, является ли она тождественным нулем.

Формат входных данных

В первой строке заданы два целых числа n и m — количество переменных и дизъюнктов, соответственно ($1 \leq n \leq 15$; $1 \leq m \leq 10^5$). В последующих m строках содержатся описания дизъюнктов. В $i + 1$ строке содержатся два целых числа a_i и b_i - аргументы i -го дизъюнкта ($1 \leq |a_i|, |b_i| \leq n$), причем, если число отрицательно, то оно соответствует отрицанию переменной.

Формат выходных данных

В единственной строке выведите «YES» (без кавычек), если формула является тождественным нулем, «NO» (без кавычек) иначе.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 3 -1 2 -2 -2 2 -1	NO
2 4 -1 2 -2 -2 2 -1 1 1	YES

Замечание

В первом примере входные данные соответствуют следующей формуле: $(\overline{x_1} \vee x_2) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_2}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_1})$. При $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ данная формула обращается в 1.

Задача В. Функция Хорна

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В этой задаче задана булева функция в форме Хорна. Требуется проверить является ли она тождественным нулем.

Формат входных данных

Первая строка входных данных содержит два натуральных числа n, k — количество литералов и дизъюнктов (скобок в формуле) соответственно ($1 \leq n, k \leq 100$).

Следующие k строк описывают дизъюнкт в следующем формате: n чисел $x_i \in \{-1, 0, 1\}$.

$x_i = 1$ — i -й литерал входит в дизъюнкт без отрицания.

$x_i = 0$ — i -й литерал входит в дизъюнкт с отрицанием.

$x_i = -1$ — i -й литерал не входит в дизъюнкт.

Формат выходных данных

Выведите «YES» (без кавычек), если функция — тождественный ноль. Иначе выведите «NO» (без кавычек).

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 1 0 -1 0 1 0 -1 0 1	NO
1 2 1 0	YES

Замечание

В первом примере формула выглядит следующим образом: $(x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_3)$

Второй пример: $(x_1) \wedge (\overline{x_1})$

Задача С. Полный набор

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам даны n булевых функций, заданных таблицами истинности. Требуется проверить набор на полноту.

Формат входных данных

В первой строке находится одно целое число n — количество функций ($1 \leq n \leq 1000$).

В следующих n строках дано описание функций. Первым в строке дано число s_i — количество аргументов очередной функции ($0 \leq s_i \leq 5$). Далее дана строка a_i из 2^{s_i} символов 0 и 1, она описывает таблицу истинности. Функция возвращает a_{ij} , если ей на вход подать представление j в двоичной системе счисления. Порядок аргументов соответствует порядку от младших битов к старшим.

Формат выходных данных

В единственной строке выведите «YES», если набор полон, и «NO» иначе.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 0111 2 0001 1 10	YES
2 2 0110 1 01	NO

Задача D. К или Д?

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано целое число n и n неотрицательных целых чисел. Требуется проверить, можно ли составить формулу, используя побитовые И («&»), ИЛИ («|»), НЕ («~»), круглые скобки («(», «)») и данные числа, чтобы ее результатом являлось число s . Если да, то выведите любую. Вместо самих чисел в формуле должны быть их порядковые номера во входных данных. Для лучшего понимания разберите тесты из условия.

Формат входных данных

На первой строке содержится целое число n ($1 \leq n \leq 5$).
Во второй n целых чисел a_i ($0 \leq a_i \leq 2^{32} - 1$).
В последней строке содержится ровно одно целое число s .

Формат выходных данных

Выведите формулу, описанную выше, или «Impossible» (без кавычек), если ответа не существует. Если ответов несколько, выведите любой из них.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 8 8	1
2 48 83 68	Impossible
2 20 8 8	$2 \& \sim 1$
1 1 4294967295	Impossible

Замечание

Коды символов в ASCII: «&» — 38, «|» — 124, «~» — 126, «(» — 40, «)» — 41.

Задача Е. Схема из функциональных элементов

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана схема из функциональных элементов в порядке топологической сортировки (то есть листья-переменные имеют минимальные номера, а корень схемы — максимальный). Вам предстоит определить ее глубину, а также таблицу истинности для всевозможных входных данных.

Формат входных данных

В первой строке указано натуральное число n — количество вершин в схеме ($1 \leq n \leq 27$). В следующих строках описано устройство схемы.

Элементы даны в порядке от первого до n -го. Каждый элемент описывается либо одной (если это переменная-лист), либо двумя строчками (если это функция). Первое целое число m в первой строчке из описания i -го элемента — количество входов для этого элемента ($0 \leq m \leq 5$) (если элемент — переменная, то $m = 0$). Далее в этой же строке перечислены m натуральных чисел — номера элементов, значения с которых подаются на вход i -му.

Если $m > 0$, то в следующей строке дано 2^m целых чисел $a_0, a_1, \dots, a_{2^m-1}$. Где a_j — ответ, который выдает i -ый элемент, если на входы подать двоичное представление числа j ($0 \leq a_j \leq 1$). Более старшим разрядам j соответствуют более ранние (с меньшими индексами) входы, в порядке, написанном в предыдущей строке.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно число — глубину данной схемы.

Назовем количество переменных-листьев k . В следующей строке выведите битовую строчку длины 2^k , где в позиции j будет число, выдаваемое схемой если на вход подается число j , старшим разрядам j соответствуют листы, имеющие меньшие индексы.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5	2
0	01011001
0	
2 1 2	
1 1 0 1	
0	
2 3 4	
1 0 0 1	

Замечание

Обозначим как ans_i — число, которое получается в i -м элементе. Тогда в данном примере значения функций, например, для 3-го элемента означают

ans_1	ans_2	ans_3
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Задача F. Полином Жегалкина

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана таблица истинности. Найдите по ней коэффициенты полинома Жегалкина.

Формат входных данных

В первой строке дано число n — количество переменных в функции ($1 \leq n \leq 10$). Следующие 2^n строчек имеют следующий вид: значения переменных x_1, x_2, \dots, x_n и значение функции при этих переменных. Строки даны в лексикографически возрастающем порядке значений переменных.

Формат выходных данных

Вывести 2^n строчек в следующем формате: значения переменных, через пробел значение коэффициента полинома Жегалкина для этой записи. Порядок строк должен быть таким же, как и в входном файле.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	00 0
00 0	01 1
01 1	10 0
10 0	11 0
11 1	
2	00 1
00 1	01 1
01 0	10 1
10 0	11 0
11 1	