

Northern Subregional Contest ACM ICPC 2017-2018, NEERC

Problem Analysis

IT'sMO *re than a*
UNIVERSITY



СБЕРБАНК

WORLDQUANT.



Yandex

Жюри соревнований

Георгий Корнеев



Андрей Станкевич



Михаил Дворкин



Павел Маврин



Максим Буздалов



Виталий Аксенов



Нияз Нигматуллин



Геннадий Короткевич



Борис Минаев



Павел Кунявский



Артём Васильев



Problem A

Auxiliary Project

Автор: Георгий Корнеев

Условие: Георгий Корнеев

Тесты: Георгий Корнеев

Постановка задачи

- Показать цифры с максимальной суммой
 - Ровно n сегментов

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Решение 1

- Динамическое программирование
 - $n_i = \max_{d=0..9} (d + n_{i-s_d})$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

6 2 5 5 4 5 6 3 7 6

Решение 2

- Разбор случаев $n \bmod 3$
 - 0: $7n/3$
 - 1: $7(n - 4)/3 + 4$
 - 2: $7(n - 2)/3 + 1$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

0 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ 1 1 1 $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{3}{2}$

Problem B

Boolean Satisfiability

Автор: Геннадий Короткевич

Условие: Павел Маврин

Тесты: Павел Маврин

Постановка задачи

- Дана булева формула
 - дизъюнкция
 - v или $\neg v$
- Посчитать число выполняющих подстановок
 - Результат: истина

Решение

- Пусть n – число переменных
- Если есть $v \vee \neg v$
 - то 2^n
 - иначе $2^n - 1$

- Ответ до $2^{52} \Rightarrow 64$ бит

Problem C

Consonant Fencity

Автор: Геннадий Короткевич

Условие: Андрей Лопатин

Тесты: Андрей Лопатин

Постановка задачи

- Дана строка
 - Английский алфавит
- Максимизировать «согласную забористость»
 - Число пар соседних согласных в разном регистре
 - Каждая буква в одном регистре

Решение

- Переберем регистр согласных
 - 19 согласных $\Rightarrow 2^{19}$ способов
 - Посчитаем ответ
- Предподсчитаем число пар
 - a_{ij} – после буквы i идет j
 - Ответ: $\sum_i \sum_j [c_i \neq c_j] a_{ij}$

Problem D

Dividing Marbles

Автор: Геннадий Короткевич

Условие: Геннадий Короткевич

Тесты: Геннадий Короткевич

Постановка задачи

- Дано число n
 - Не более 4 единичных битов
- База
 - $M_0 = \{n\}$
- Шаг
 - $M_{i+1} = M_i \setminus \{m_i\} \cup \{m_{i1}, m_{i2}\}$,
где $m_i \in M_i$ и $m_i = m_{i1} + m_{i2}$
- Цели
 - $M_t = \{1\}$
 - t минимально

Решение (1)

- Рассмотрим последовательность m_i
 - $m_i = m_j + m_k$, где $i < j, k$
- Перебор с конца
 - Возрастающие последовательности
 - $a_0 = 1$
 - $a_i = a_j + a_k$, где $i > j, k$
 - Цель $a_t = n$
- Очень долго

Решение (2)

- Отсечение
 - В n не более 4 единичных битов
 - \Rightarrow ответ не больше $|n| + 3$
 - $\Rightarrow a_i \geq 2^{i-3}$
- Ответ для одного n
- Перебор для всех n_i одинаков
 - Ответы для всех n_i сразу

Problem E

Equal Numbers

Автор: Виталий Аксенов

Условие: Виталий Аксенов

Тесты: Виталий Аксенов

Задача

- Даны n натуральных чисел a_i
- Требуется сделать минимальное число различных a_i
 - Можно $k = 0..n$ из a_i умножить на выбранные b_i

Решение (1)

- Сгруппируем равные числа
 - v_i встречается c_i раз
- Хорошие v_i
 - Является делителем v_{j_i}
 - Решето Эратосфена за $O(\log n \max v_i)$
 - «Уравниваются» за $\sum c_i$
- Плохие
 - «Уравниваются» за $1 + \sum c_i$
 - С хорошими тоже

Решение (2)

- Ответ для k
 - Минимум из хорошего и плохого случая
- Решение для случая
 - Сортируем по возрастанию c_i за $O(n \log n)$
 - Жадно для всех k за $O(n)$

Problem F

Fygon 2.0

Автор: Артем Васильев

Условие: Артем Васильев

Тесты: Артем Васильев

Задача

- Дано t вложенных циклов
- Найти старший член многочлена времени работы $f(n)$

Решение (1)

- for v_i in range(v_j, v_k)
 - $v_j \leq v_i \leq v_k$
- Коэффициент C
 - Часть вариантов назначить v_i из n^m
 - Удовлетворяющих условиям
- При $n \rightarrow \infty$
 - Часть перестановок $1..m$ из $m!$
 - Удовлетворяющих условиям

Решение (2)

- Граф на переменных
 - $v_i \leq v_j \Rightarrow v_i \rightarrow v_j$
 - Число топологических сортировок
- Динамическое программирование
 - Подмножество назначенных переменных
 - Время работы $O(m2^m)$

Решение (3)

- Вырожденные случаи
 - $v_i \leq v_j \leq v_i$
 - $v_i \leq v_j \leq \dots \leq v_k \leq v_i$
- Уменьшение степени многочлена
- Конденсация графа

Problem G

Grand Test

Автор: Андрей Станкевич

Условие: Борис Минаев

Тесты: Борис Минаев

Постановка задачи

- Дан граф
- Найти пару вершин
 - Три вершинно-простых пути
 - Без общих промежуточных вершин и ребер

Решение

- Выделим компоненты вершинной двусвязности за $O(E)$
- В каждой компоненте
 - Пусть v – вершина степени ≥ 3
 - Пусть C – цикл проходящий через v
 - Поиск в глубину за $O(E)$
 - Путь из v до любой вершины C , кроме v
 - Поиск в глубину за $O(E)$

Problem H

Hidden Supervisors

Автор: Нияз Нигматуллин

Условие: Нияз Нигматуллин

Тесты: Нияз Нигматуллин

Постановка задачи

- Дано множество деревьев
 - Подвешенных
- Объединить их в дерево
 - Максимизировать паросочетание

Решение (1)

- Паросочетание в каждом дереве
 - Снизу вверх за $O(n)$
 - Свободный корень (если возможно)
- Увеличение паросочетания
 - Подвесить свободный корень к свободной вершине

Решение (2)

- Пусть F – множество свободных вершин
- Большой босс
 - Добавить свободных потомков в F
- Прикрепить занятые корни
 - Родитель – большой босс
 - Добавить свободных потомков в F

Решение (3)

- Прикрепить свободные корни
 - В начале со свободными потомками
- Есть вершина в F
 - Сделать ее предком
 - Добавить свободных потомков в F
- Нет свободных вершин
 - Два свободных корня u и v
 - Родитель v – u
 - родитель u – большой босс
 - Добавить свободных потомков в F

Problem I

Intelligence in Perpendiculararia

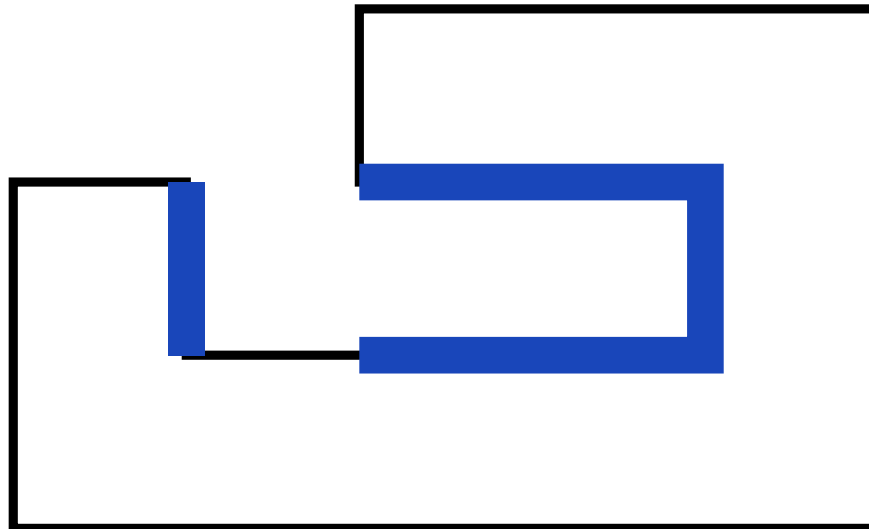
Автор: Георгий Корнеев

Условие: Георгий Корнеев

Тесты: Георгий Корнеев

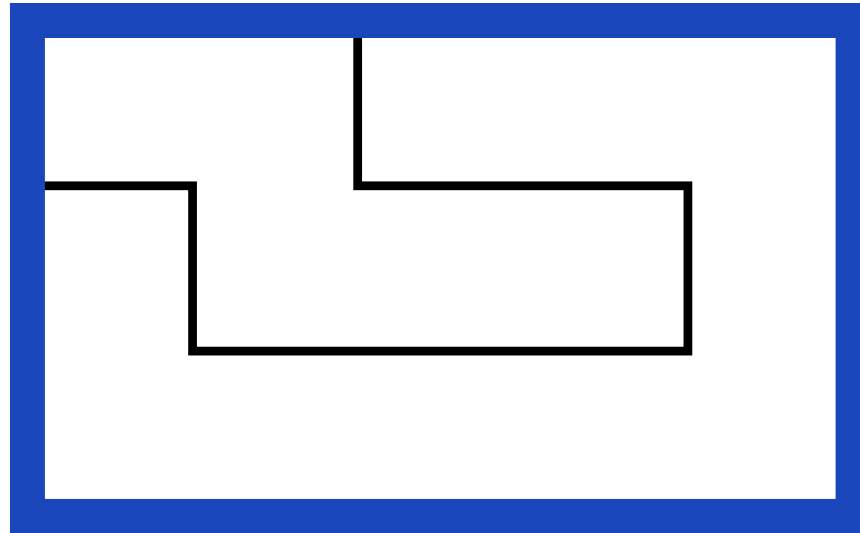
Постановка задачи

- Дана прямоугольная фигура
- Найти длину невидимых сторон
 - Перпендикулярно стороне
 - Снаружи



Решение

- Что видно
 - Ограничивающий прямоугольник
- Периметр фигуры
 - Минус периметр ограничивающего прямоугольника



Problem J

Joker

Автор: Геннадий Короткевич

Условие: Борис Минаев

Тесты: Борис Минаев

Постановка задачи

- Дана последовательность $a_i \neq 0$
 - $P = \sum_{a_i > 0} a_i$
 - $N = \sum_{a_i < 0} a_i$
 - $w_i = \begin{cases} a_i/P & a_i > 0 \\ a_i/|N| & a_i < 0 \end{cases}$
 - $s_i = \sum_{j=1}^i w_j$
- Найти $\operatorname{argmax} s_i$
 - При изменяющихся a_i

Решение (1)

- Введем координаты
 - $x_i = \sum_{j \leq i, a_j > 0} a_j$
 - $y_i = \sum_{j \leq i, a_j < 0} a_j$
- Тогда
 - $s_i = \frac{x_i}{P} + \frac{y_i}{|N|}$
 - $\operatorname{argmax} s_i = \operatorname{argmax}(|N|x_i + P y_i)$
- Итого
 - Найти «крайнюю» точку по направлению

Решение (2)

- Поиск «крайних» точек
 - Выпуклая оболочка
 - Бинарный поиск
- Изменение a_i
 - Сдвиг точек с i по n
 - Пересчет выпуклой оболочки за $O(n)$

Решение (3)

- Sqrt-декомпозиция
 - \sqrt{n} блоков по \sqrt{n} точек
 - Выпуклая оболочка каждого блока
 - Поиск крайней точки за $O(\sqrt{n} \log n)$
- Изменение a_i
 - Пересчет выпуклой оболочки блока за $O(\sqrt{n})$
 - Сдвиг блоков за $O(\sqrt{n})$
 - Итого $O(\sqrt{n} \log n)$ на запрос

Problem K

Kotlin Island

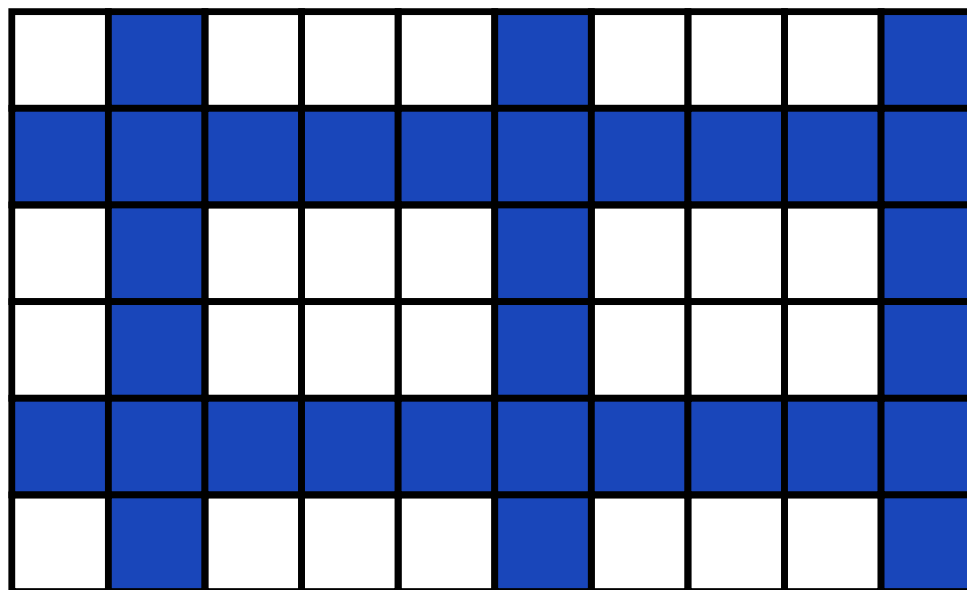
Автор: Михаил Дворкин

Условие: Михаил Дворкин

Тесты: Михаил Дворкин

Постановка задачи

- Дан клетчатый прямоугольник $h \times w$
- Закрасить строки и столбцы
 - n незакрашенных прямоугольников



Решение

- Незакрашенные части образуют сетку
 - Высота $H = 1 \dots \lceil h/2 \rceil$
 - Ширина $W = 1 \dots \lceil w/2 \rceil$
 - Перебрать все варианты

Problem L

Little Difference

Автор: Дмитрий Якутов

Условие: Павел Кунявский

Тесты: Павел Кунявский

Постановка задачи

- Дано число n
- Разложить на множители
 - $n = \prod x_i$
 - $\max |x_i - x_j| \leq 1$

Решение (1)

- Разложение на множители
 - $n = x^p (x + 1)^q$
 - $x = \lfloor \sqrt[p+q]{n} \rfloor = \lfloor \sqrt[r]{n} \rfloor$
- Перебор $r = 1.. \log_2 n$
 - x и $x + 1$ взаимно просты
 - $p = \max \{i | n : x^i\}$
 - $q = \max \{i | n : (x + 1)^i\}$
 - Проверить $n = x^p (x + 1)^q$

Решение (2)

- Вырожденный случай
 - $n = 1^p 2^q$
 - Ответ *infinity*

Вопросы





Northern Subregional Contest ACM ICPC 2017-2018, NEERC

Closing ceremony

ITMO *re than a*
UNIVERSITY



СБЕРБАНК

WORLDQUANT.



Yandex