

Задача А. Простые пары

Имя входного файла: `pairs.in`
Имя выходного файла: `pairs.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу: 100 баллов

Пусть M — некоторое натуральное число. Обозначим как $Pair(M)$ множество всех пар натуральных чисел (a, b) , $a \leq b$ таких, что $a + b = M$.

Пусть $n \geq 2$ — некоторое натуральное число. Обозначим как $Prime(n)$ множество всех простых чисел из отрезка $[2, n]$ (натуральное число называется *простым*, если оно делится только на единицу и на само себя).

Будем говорить, что пара чисел (a, b) *лексикографически меньше* пары чисел (c, d) , если $a < c$ или $a = c$, а $b < d$.

Пусть задано число n . Упорядочим все пары, входящие в хотя бы одно из множеств $Pair(P)$ при $P \in Prime(n)$, лексикографически. Ваша задача — найти k -ую пару в этом порядке.

Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит два целых числа: n и k ($2 \leq n \leq 10^6$, $1 \leq k \leq 10^{18}$).

Формат выходного файла

Выведите в выходной файл числа a и b , образующие искомую пару. Если соответствующей пары не существует (то есть число k слишком большое), выведите в выходной файл $-1 -1$.

Примеры

<code>pairs.in</code>	<code>pairs.out</code>
10 2	1 2
10 100000000000	-1 -1

Задача В. Геометрическая головоломка

Имя входного файла: `dist.in`
Имя выходного файла: `dist.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:

Сегодня на страницах газеты «Геометрические головоломки» была опубликована необычная головоломка. На одной из ее страниц нарисованы две ломаные. Для решения головоломки необходимо найти две точки A и B , лежащие на разных ломаных, расстояние между которыми минимально.

Вася весь день ломал себе голову, однако придумать решение не смог. Вам нужно написать программу, которая поможет Васе.

Формат входного файла

В первой строке записано число N ($2 \leq N \leq 1000$) — количество узлов первой ломаной. В следующей строке перечислены N пар координат узлов первой ломаной. Все координаты целые и не превышают 10^4 по абсолютной величине. В третьей и четвертой строке описана вторая ломаная в аналогичном формате.

Формат выходного файла

В первой строке выведите расстояние между искомыми точками A и B . Во второй и третьей строке выведите соответственно координаты точки A и точки B . Выводите ответ с 9 знаками после запятой. Ваш ответ будет засчитан, если он отличается от правильного не более, чем на 10^{-4} .

Пример

<code>dist.in</code>	<code>dist.out</code>
2 0 0 1 0	1.000000000 0.000000000 0.000000000
2 0 1 1 1	0.000000000 1.000000000
2 0 0 1 1	0.000000000 0.500000000 0.500000000
2 0 1 1 0	0.500000000 0.500000000

Задача С. Композиция

Имя входного файла: `superposition.in`
Имя выходного файла: `superposition.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:

Тони пишет программное обеспечение для бирж. Одна из компонент, которой он занимается, должна будет отображать графики рисков и доходности различных финансовых инструментов. В качестве одной из подзадач у него возникла задача построения композиции двух непрерывных кусочно-линейных функций.

Даны две функции: $f(x)$ и $g(x)$, требуется найти представление функции $g(f(x))$ в виде кусочно-линейной функции.

Формат входного файла

Входной файл содержит два блока, один описывает функцию f , а другой — функцию g .

Каждый блок начинается с числа l — количества интервалов, на которых соответствующая функция является линейной. ($1 \leq l \leq 1000$, $l \neq 2$).

Если $l > 2$, то следующие $l - 1$ строка содержат точки излома функции. Каждая строка содержит два целых числа: x_i, y_i (i от 1 до $l - 1$, $x_i < x_{i+1}$). Функция $a(x)$, описываемая блоком, имеет следующий вид:

$$a(x) = \begin{cases} y_1, & \text{если } x < x_1; \\ y_1 + k_1(x - x_1), & \text{если } x_1 \leq x < x_2; \\ \dots & \\ y_{l-2} + k_{l-2}(x - x_{l-2}), & \text{если } x_{l-2} \leq x < x_{l-1}; \\ y_{l-1}, & \text{if } x \geq x_{l-1}. \end{cases}$$

Здесь $k_i = (y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i)$.

Если же $l = 1$, то следующая строка содержит одно целое число y , описываемая функция имеет вид $a(x) = y$.

Все координаты во входном файле не превосходят 10^9 по модулю.

Формат выходного файла

Выведите функцию $g(f(x))$ в том же формате, что и функции, заданные во входном файле. Количество интервалов, на которые разбивается график функции, должно быть минимальным. Гарантируется, что для описания функции потребуется не более 100 000 интервалов. Выводите вещественные числа с точностью не менее 10^{-8} .

Пример

superposition.in	superposition.out
3	4
0 0	0 0
2 3	0.666666666667 3
4	1.333333333333 0
0 0	
1 3	
2 0	

Задача D. Монотонные коды Грея

Имя входного файла: `monotone.in`
Имя выходного файла: `monotone.out`
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 64 мегабайта
Максимальная оценка за задачу:

Код Грея порядка n получается, если упорядочить все двоичные вектора длины n таким образом, что любые два соседних вектора отличаются ровно одним битом. Пример кода Грея порядка 3 приведен на следующем рисунке.

```
000
001
011
010
110
111
101
100
```

Код Грея называется *монотонным*, если для любого k никакой вектор с $k+2$ или более единицами не встречается до вектора с k единицами. Например, код, приведенный выше, не является монотонным, поскольку вектор 111 встречается перед вектором 100. Пример монотонного кода Грея для $n = 3$ приведен ниже.

```
000
001
011
010
110
100
101
111
```

Можно показать, что для любого n существует монотонный код Грея. По заданному n найдите монотонный код Грея для двоичных векторов длины n .

Формат входного файла

Входной файл содержит одно целое число n ($1 \leq n \leq 16$).

Формат выходного файла

Выведите монотонный код Грея для двоичных векторов длины n , под одному вектору на строке.

Пример

<code>monotone.in</code>	<code>monotone.out</code>
3	000 001 011 010 110 100 101 111