Важное научное число

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

Поскольку числа во вводе до 10^9, решение, перебирающее x от 1 до потенциального ответа и проверяющее, подходит ли данный x, не проходит по времени.

Знакомые с Китайской теоремой об остатках могли воспользоваться ею для решения этой задачи, однако это заметное усложнение оригинального решения. На самом деле было достаточно посмотреть на число $a + b + x$ и заметить, что оно обязано делиться как на a, так и на b, так как

- $a + x \vdots b$, $b \vdots b$, значит $a + x + b \vdots b$
- $b + x \vdots a$, $a \vdots a$, значит $b + x + a \vdots a$

Делимость на a и на b равносильна делимости на $\texttt{lcm}(a, b)$, где `lcm` обозначает *наименьшее общее кратное*, которое можно найти как $\frac{ab}{\texttt{gcd}(a,b)}$, а `gcd` или *наибольший общий делитель* можно найти с помощью алгоритма Евклида.

Итак, обозначим наименьшее общее кратное чисел a и b за y, тогда задача сводится к поиску наименьшего неотрицательного x, что $x+a+b$ делится на y. Очевидно, что тогда любой подходящий нам x имеет вид $ky - a - b$ для некоторого целого k.

Осталось выбрать среди таких минимальный. Несложно показать, что $a, b \leqslant y$, а значит $x_2 = 2y-a-b \geqslant 0$, соответственно, если ответ меньше, чем x_2, то это может быть только $x_1 = y-a-b$, так как дальше идут только отрицательные числа ($-a - b < 0$). Получаем следующий ответ — если $y \geqslant a + b$, то это $y - a - b$, иначе $2y - a - b$.