

# Починка цепочки

*Автор задачи: Даниил Орешиников, разработчик: Николай Будин*

Для начала, переформулируем задачу в терминах теории графов. Дан граф из  $n$  вершин и  $m$  ребер. Изначально все вершины покрашены в белый цвет. За один ход можно:

- Взять белую вершину, удалить из графа все смежные с ней ребра и покрасить её в чёрный цвет.
- Взять черную вершину, соединить её ребрами с произвольным подмножеством белых вершин, и покрасить её в белый цвет.

Требуется сделать минимальное число операций, чтобы граф стал выглядеть как простой путь  $1, 2, \dots, n$ . И все вершины были белыми.

Несложно заметить, что к каждой вершине нужно максимум один раз применять первую операцию. И если к вершине применили первую операцию, то к ней нужно применить и вторую. Следовательно, нужно выбрать минимальное по размеру множество вершин, что если ко всем ним применить первые операции, все оставшиеся в графе ребра будут соединять соседние по номерам вершины. Эта задача может быть решена за время  $O(2^n \cdot n)$  с помощью перебора всех вариантов выбора множества вершин, к которым будут применены операции. Это решение может быть оптимизировано до времени  $O(2^{\frac{n}{2}} \cdot n)$  с помощью метода meet in the middle.