

Инопланетные кальмары

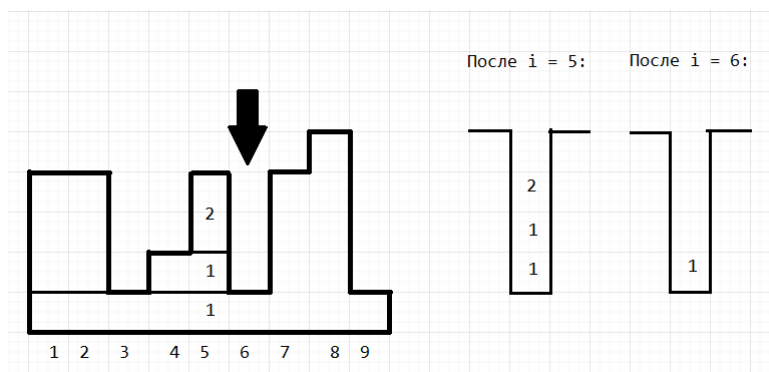
Автор задачи и разработчик: Александр Гордеев

При внимательном рассмотрении условия можно заметить, что эту задачу можно свести к другой — заполнить плоскость, которая была образована кальмарами, минимальным числом прямоугольников.

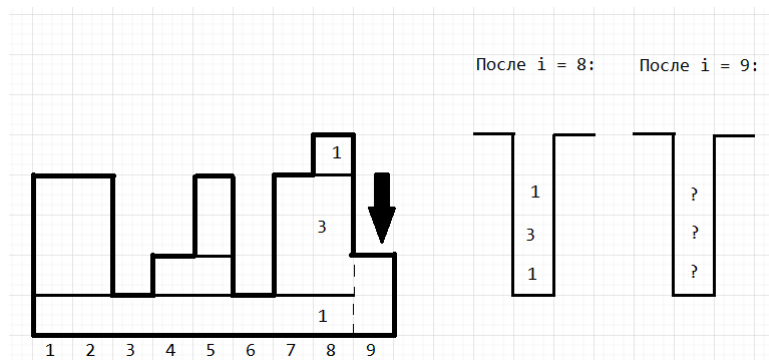
Решим для начала более простую задачу — пусть наши прямоугольники имеют высоту 1. Тогда в начале нужно «открыть» a_1 отрезков, при переходе к a_2 либо открыть ещё $a_2 - a_1$ отрезков, если $a_2 > a_1$ и закрыть $a_1 - a_2$ отрезков в противном случае и новые отрезки не появляются. Тогда ответ на задачу — сумма разностей соседних значений $a_{i+1} - a_i$, если эта разность больше нуля.

Попробуем применить аналогичную логику к этой задаче — в a_1 достаточно открыть один прямоугольник с началом в столбце 1 и изначальной высотой a_1 . Конец же этого прямоугольника мы выберем позже. Теперь перейдём на столбец 2. Если $a_2 > a_1$, то достаточно создать ещё один прямоугольник с началом в 2 и высотой $a_2 - a_1$. Но что если $a_1 > a_2$?

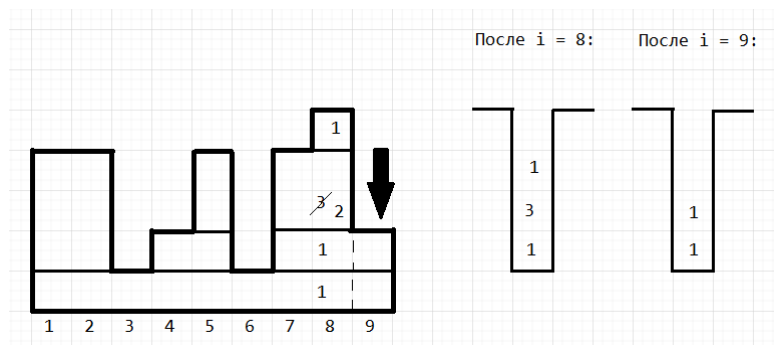
Заведём стек, в который будем добавлять наши открытые, но ещё не закрытые прямоугольники. Тогда при $a_{i+1} > a_i$ мы бы добавили в стек число, равное $a_{i+1} - a_i$. Если $a_{i+1} < a_i$, то нужно как-то уменьшить высоту, на которой мы сейчас находимся. Пользуемся тем, что прямоугольники добавляются в порядке появления, значит числа в стеке будут лежать в том же порядке, что и соответствующие прямоугольники на гистограмме, и сверху стека будет лежать самый верхний незакрытый прямоугольник. Тогда достаточно убрать столько чисел со стека, чтобы их сумма была равна разнице:



Но возникает проблема — а что делать если сумма верхних элементов не может быть в точности равна a_i ?



Если мы уберём прямоугольник высоты 1, то следующий столбец будет высоты $4 \neq 2$, если 1 и 3, то следующий столбец будет высоты 1, что тоже не подойдёт. Поступим так — сверху будем убирать числа пока можем, если же со следующим удаляемым сумма превысит разность соседних столбцов (обозначим непокрытый остаток разницы как $diff$), то тогда достаточно разбить «слишком большой» удаляемый x на два прямоугольника — $diff$ и $x - diff$. Тогда убираем прямоугольник высоты $diff$ и тогда проблема решена.



Так получаем жадный алгоритм решения. В начале добавляем в стек натуральное число a_1 . Если $a_i > a_{i-1}$, то добавляем в стек $a_i - a_{i-1}$. Иначе убираем числа с верхушки стека, пока их сумма не будет равна $a_{i-1} - a_i$. Если не получается убрать со стека элементы ровно с этой суммой, то одно из чисел x бьём на два, равные $diff$ и $x - diff$. Ответ — количество добавленных в стек чисел. Важно также заметить, что нули, добавленные в стек, в ответ не идут по очевидным причинам.