Артефакты

Авторы задачи и разработчики: Владимир Новиков, Максим Дмитриев

У авторов есть два разных решения, в разборе будет приведено одно из них, альтернативное можно посмотреть в разборе продвинутой версии.

Сразу обозначим за $mask$ описание набора артефактов, которые мы успели собрать. Это будет число от 0 до 3, где 0 — нет собранных артифактов, 1 и 2 — собран первый или второй артифакт, 3 — собраны оба.

Утверждение: оптимальный обход — это сумма ребер, взятых дважды, минус сумма ребер на диаметре нашего пути. Это следует просто из рассмотрения выбранного маршрута: его можно представить как непрерывный простой путь, от которого ответвляются поддеревья, на которых каждое ребро обходится в обе стороны (чтобы обойти все дерево и вернуться на «основной» маршрут).

Будем решать задачу с помощью поиска в ширину. Для каждой вершины создадим 2^k ее копий, отвечающих разным наборам артефактов. Пусть $\texttt{dp}[i][mask]$ — минимальный ответ на задачу, если мы закончили наш путь в вершине i, предварительно посетив $mask$ артефактов. Тогда мы можем запустить поиск в ширину из всех вершин i с $mask = 0$. Теперь осталось научиться обновлять нашу $mask$.

Пусть мы стоим в вершине i с артефактом $a[i]$. Тогда обозначим $new\_mask = mask \texttt{ or } 2^{a[i]}$, то есть маска с добавленным артифактом $a[i]$. Попытаемся обновить ответ для $\texttt{dp}[i][new\_mask]$ через $\texttt{dp}[i][mask]$, после чего присвоим $mask = new\_mask$ (несложно понять, что нам надо выполнять такое присваивание в любом случае). Затем пройдемся по ребрам, исходящим из вершины i, и попробуем обновить ответ для $\texttt{dp}[j][new\_mask]$. Ответом на задачу будет минимум по всем $\texttt{dp}[i][2^k - 1]$. Если же мы не смогли посетить ни одну такую $mask$, то ответ на задачу равен -1. Итоговая асимптотика будет равна $\mathcal{O}(n \cdot 2^k \cdot \log(n \cdot 2^k))$.