

Ловушка поезда

Автор задачи и разработчик: Павел Скобелин

Для начала научимся проверять, правда ли, что $n \leq x$ для произвольного x . Для этого отметим состояние в текущем вагоне, сделаем x шагов вперед, и после каждого шага будем менять состояние на противоположное тому, которое мы оставили в первом вагоне. Затем сделаем x шагов назад — если состояние в первом вагоне поменялось, то $x \geq n$. Аналогичным образом можно проверять, что n лежит от x до $2x$: просто в первой половине вагонов сделаем состояние равным первому, а во второй половине — противоположным.

Теперь воспользуемся классической идеей подъема по степеням двойки. Рассмотрим по очереди $x \in [1, 2, 4, 8, 16, \dots]$. Как только найдем $2x \geq n$, будем понимать, что $n \in (x, 2x]$.

Теперь, зная максимальную границу ответа (причем $x < n \leq 2n$), пройдем вперед $2x$ шагов и выключим все обогреватели. Так как вагонов в поезде не более $2x$, значит, теперь все обогреватели выключены. После этого включим обогреватель в текущем вагоне, пройдем x шагов вперед (все еще не вернувшись в исходный, так как $x < n$), и будем делать по одному шагу, каждый раз проверяя состояние обогревателя в текущем вагоне. Как только мы встретим первый включенный — значит, мы прошли по циклу.

При аккуратной реализации такой алгоритм займет не более $15 \cdot n - 10 < 16 \cdot n$ действий.