

# Великий комбинатор Зельда

Автор задачи: Даниил Орешиников, разработчик: Владимир Рябчун

Математическая модель данной задачи представляет из себя дерево размера  $n$ , где в каждой вершине записано число  $k_v$  (будем называть это цветом вершины). Заметим, что минимальное количество атак не изменится, если сжать все множества смежных вершин с одинаковым цветом. Более того, заметим, если убрать из условия «жадное» распространение атаки и позволить каждой атаке покрывать произвольное подмножество вершин двух цветов вместо максимального по включению, оптимальный ответ не изменится.

В сжатом графе все ребра соединяют вершины разных цветов. Подвесим граф за любую вершину чтобы у всех кроме корня был родитель. Множество детей вершины  $v$  будем обозначать  $g[v]$ , а родителя —  $p_v$ .

Теперь если мы хотим посчитать ответ для поддерева вершины  $v$ , можно рассмотреть два случая:  $v$  была уничтожена вместе с родителем или нет. Количество атак в первом случае будем обозначать как  $dp_1[v]$ , а во втором —  $dp_2[v]$ . Тогда имеют место следующие формулы:

$$dp_1[v] = \sum_{u \in g[v], k_u = k_{p_v}} \min(dp_1[u] - 1, dp_2[u]) + \sum_{u \in g[v], k_u \neq k_{p_v}} (dp_2[u]) + 1 \quad (1)$$

$$dp_2[v] = \min \left( 1 + \sum_{u \in g[v]} dp_2[u], \min_{c \in g[v]} \left( 1 + \sum_{u \in g[v], k_u = k_c} (\min(dp_1[u] - 1, dp_2[u])) + \sum_{u \in g[v], k_u \neq k_c} (dp_2[u]) \right) \right) \quad (2)$$

Фактически в первом случае мы уже знаем, на каких детей перейдет атака (на тех, у которых цвет совпадает с цветом родителя текущей вершины), и выбираем лучший вариант у них, остальные дети считаются независимо через  $dp_2[u]$ . Во втором случае можно сгруппировать всех детей  $v$  по цвету (за линейное время), и перебрать пару  $(k_v, k_{\text{child}})$ . Для каждого ребенка выбранного цвета для него можно взять как  $dp_1$ , так и  $dp_2$  (выбираем оптимальное), для всех остальных мы обязаны выбрать  $dp_2$ .