

# Священное бревно

Автор задачи: Анна Антонова, разработчик: Владислав Власов

Решим данную задачу с помощью задачи о рюкзаке. Пусть  $\text{dp}[i][j]$  равно **true**, если возможно удалить вершины суммарного веса  $j$  с помощью удалений вершин  $1, 2, \dots, i$ , и **false** иначе.

Но дальше возникают сложности — если положить вес вершины равным ее весу из условия, такое решение не учтет требование на связность оставшегося множества, а если положить вес вершины равным весу всего ее поддерева, мы можем удалить какую-то вершину больше одного раза.

Положим вес каждой вершины равным сумме исходных весов вершин в ее поддереве. Тогда задача преобразуется в подсчет  $\text{dp}[n][\text{total} - w]$  с учетом того, что если какая-то вершина была взята в рюкзак, то никакой ее потомок не может быть взят. Чтобы учесть это, выпишем вершины в специальном порядке: перед вершиной  $v$  должен идти непрерывный отрезок из всех ее потомков. Назовем массив с этим порядком **order** (на самом деле это просто развернутый Эйлеров обход дерева). Тогда положим  $\text{dp}[i][j]$  равным **true**, если можно набрать вес  $j$  с помощью вершин  $\text{order}_{1, \dots, i}$ .

Теперь к некоторому  $\text{dp}[i][j]$  существует два перехода:

- из  $\text{dp}[i - 1][j]$  — если мы не берем вершину  $\text{order}_i$ ;
- из  $\text{dp}[i - \text{order}_i][j - \text{weight}_i]$  — если мы не берем вершину  $\text{order}_i$ , но тогда автоматически не берем всех ее потомков.

Если посчитать такую динамику, мы получим требуемый ответ. Время работы решения —  $\mathcal{O}(nw)$ .