

# Застывший Мир

Автор задачи: Даниил Голов, разработчик: Константин Бац

Суть задачи заключалась в том, чтобы найти центр некоторого круга неизвестного радиуса  $2d$ . Для этого у нас есть единственная операция: проверить, лежит ли некоторая точка  $(x, y)$  внутри искомого круга или нет.

Задачу можно решить, если найти три точки, лежащие на границе круга с центром в искомой точке. Проведем из точки  $(0, 0)$  три луча в разных направлениях, которые пересекутся с границей круга. При этом, условие, что точка  $(0, 0)$  находится на расстоянии не больше  $d$  от  $(x, y)$ , гарантирует нам, что точки пересечения с границей круга будут различными.

Выбор направления лучей не имел значения. Например, можно было взять направления  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$  и  $(0, 1)$ . Далее нужно найти точку пересечения каждого из лучей с границей круга. Для этого будем искать максимальное удаление от точки  $(0, 0)$  в направлении луча, при котором она все еще находится на расстоянии не больше  $2d$  от центра круга. По условию задачи, такое удаление нужно искать на отрезке  $[0, 10^6]$ , а достаточная точность при бинарном поиске —  $10^{-3}$  (если взять направления, параллельные осям координат).

Таким образом, для решения достаточно запустить три бинарных поиска в различных направлениях, а затем найти центр круга по трем точкам. Пусть  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  — найденные точки на окружности, а  $(x, y)$  — центр круга. Тогда, если обозначить  $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , и  $m_2 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$ , то можно построить следующую систему уравнений

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{m_1} \cdot \left(x - \frac{x_1 + x_2}{2}\right) + \frac{y_1 + y_2}{2} \\ y = -\frac{1}{m_2} \cdot \left(x - \frac{x_2 + x_3}{2}\right) + \frac{y_2 + y_3}{2} \end{cases}$$

Для решения системы уравнений выразим  $x$  следующим образом, а затем с его помощью найдем  $y$ .

$$x = \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot (y_1 - y_3) + m_2 \cdot (x_1 + x_2) - m_1 \cdot (x_2 + x_3)}{2 \cdot (m_2 - m_1)}.$$