

Новая игра

Автор задачи: Даниил Орешиников, разработчик: Егор Юлин

Будем за $|a|$ обозначать длину числа a (не модуль), а за a' и b' обозначим $a + c$ и $b + c$, соответственно. Рассмотрим сначала случаи, когда ответом будет -1 :

- Если $a > b$, то ответ всегда -1 : это достаточно очевидно.
- Если $|a| = |b|$ и $b > a$, то есть варианты $|a'| = |b'|$ и $|a'| + 1 = |b'|$, рассмотрим их ниже.
- Если после прибавления c длины равны, то поскольку $a' < b'$, то и одно не входит в другое как подстрока.
- Если же длины становятся разными, то $|a'| + 1 = |b'|$, но тогда одно может входить в другое как подстрока, только если $b' = 10a' + 1$ или если $b' = d \cdot 10^{|a'|} + a'$. В обоих случаях величина $b' - a' = b - a$ оказывается заметно большей ($> 9a$), чем возможно для двух чисел a и b одинаковой длины.

Рассмотрим случай когда $|a| + 1 = |b|$. Есть несколько вариантов. Если a уже входит как подстрока в b , тогда $c = 0$ подходит. Иначе:

- Пусть мы хотим найти такое c , что $|a + c| = |b + c|$. Заметим, что такого подходящего c быть не может, так как такой случай был разобран выше и для него не существует ответа.
- Тогда должно выполняться $|a'| + 1 = |b'|$. Рассмотрим случай когда у нас a' — суффикс b' . Но тогда ответа не существует, так как при $b' - a' = b - a = d \cdot 10^{|a'|}$ было бы верно, что a изначально являлся суффиксом b .
- Соответственно, a' должен быть префиксом b' . Пусть $\bar{b} = \lfloor \frac{b}{10} \rfloor$, то есть этот самый префикс b . Покажем, что если $\bar{b} > a$, то ответ существует. Найдем его конструктивно: возьмем в качестве c число $\bar{b} - a$ и добавим его к a и b . Так как у нас \bar{b} растет с таким действием на $\approx \frac{c}{10}$, а a растет на c , разница $\bar{b}' - a'$ будет уменьшаться, пока не станет нулем.

Случай, когда $|a| + 1 < |b|$, решается аналогично случаю, когда $\bar{b} > a$, но теперь в качестве \bar{b} берем префикс минимальной длины, для которого $a < \bar{b}$. Поскольку разница между \bar{b}' и a' каждый раз уменьшается примерно в 10 раз, достаточно будет $\mathcal{O}(\log_{10} a)$ шагов.