

Скелеты, кости, кладбище, черепа

Автор задачи и разработчик: Павел Скобелкин

Давайте поймем, что происходит при разрезании графа одной вертикальной чертой $x = C$. Он разбивается на два графа: все вершины с $x_i < C$, и все вершины с $x_i > C$. Тогда количество компонент связности в получившемся графе будет равно сумме количества компонент связности в левом и правом графе.

Предподсчитаем количество компонент связности в графе с вершинами левее C для каждого C . Для этого отсортируем вершины по x -координате и будем добавлять их в граф по очереди, поддерживая количество компонент связности с помощью системы непересекающихся множеств. Таким образом, для каждого C мы получим, сколько компонент связности в графе, все вершины которого левее C .

Сделаем аналогичный проход справа налево и получим ответ для правой части. Теперь, для ответа на запрос нужно воспользоваться бинарным поиском, чтобы найти запомненные для данного C значения, и сложить количество компонент связности в левой и правой части графа. Если изначально сделать сжатие координат, то можно обойтись и без бинарного поиска.

Таким образом, сортировка работает за $\mathcal{O}(n \log n)$, предподсчет за $\mathcal{O}(n \cdot \alpha(n))$, и ответ на запрос за $\mathcal{O}(\log n)$.