

# Головоломка отрезков

Разработчик: Даниил Орешников

Переформулируем задачу. Есть  $n$  блоков, у каждого есть выступ  $b_i$  над основанием  $a_i$ . Поскольку блоки можно поворачивать, а надо разместить их как можно более плотно, очевидно, что имеет смысл рассматривать минимальную величину, на которую каждый блок будет увеличивать длину выступа. Таким образом, если в ответе будут  $k$  блоков, то:

- если  $k = 1$ , то единственный блок вносит вклад в ответ  $b_i$ ;
- иначе, центральные  $k - 2$  из них будут вносить вклад  $a_i$ , а два крайних —  $\min(b_i + c_i, a_i - c_i)$  (это  $b_i$  плюс минимальное расстояние от выступа до края основания).

Собственно, обозначим за  $d_i$  величину  $\min(b_i + c_i, a_i - c_i)$ , а также отдельно рассмотрим возможность ответа с  $k = 1$ .

Теперь проверим наличие ответа с  $k > 1$ . Для этого отсортируем все блоки по возрастанию  $a_i$ , и жадно выберем  $t$  первых из них так, что  $\sum_{i=1}^t a_i \leq W$ . Ключевое утверждение следующее:

1. Во-первых, ответ теперь гарантированно равен либо  $t$  (уже нашли подходящий), либо  $t + 1$ , либо  $t + 2$ . Для  $k = t + 3$  уже  $t + 1$  центральный блок будут занимать больше места, чем доступная ширина  $W$  (следует из того, как мы выбрали  $t$ ).
2. Во-вторых, для фиксированного  $k$  минимальные  $k - 2$  по  $a_i$  блоков гарантированно будут входить в ответ. Действительно, у нас есть  $k - 2$  центральных блоков, которые дают вклад  $a_i$  в ширину, и единственная причина не выбрать  $k - 2$  минимальных по  $a_i$  в качестве центральных — это если какой-то из них более выгодно располагается с краю (но тоже входит в ответ).

Дальше можно решать следующим образом: переберем  $k$  от  $t + 1$  до  $t + 2$  (ответ для  $k = t$  мы уже получили) и проверим, можно ли построить ответ с таким  $k$ . Для этого изначально расположим  $k - 2$  минимальных по  $a_i$  в центре, а затем переберем варианты выбора крайних блоков:

- либо центральные без изменений, тогда крайние — это два минимальных по  $d_i$  из оставшихся;
- либо один из центральных надо переместить в край (тогда это минимальный по  $d_i$  из центральных, а на его место в центр надо поместить минимальный по  $a_i$  из оставшихся);
- либо надо сделать две замены аналогично предыдущему случаю.

Итого мы имеем  $\mathcal{O}(1)$  вариантов, которые надо перебрать, и из них выбрать оптимальный. Здесь есть тонкости с разбором случаев, и если хотелось их избежать, можно было просто написать чуть более примитивный перебор: выбрать по два минимальных по  $d_i$  из первых  $k - 2$  по  $a_i$  и из оставшихся  $n - k + 2$ , и перебрать шесть вариантов их расположения с краю; для каждого выбрать оставшиеся  $k - 2$  центральных как минимальные по  $a_i$  из оставшихся. Этого тоже было достаточно, чтобы уложиться в лимит по времени.