

XOR Фибоначчи

Автор задачи и разработчик: Ильдар Гайнуллин

Рассмотрим последовательность чисел Фибоначчи, не превосходящих m .

Если мы рассмотрим все числа как вектора по модулю два, то почти все числа Фибоначчи находятся в базисе, кроме порядка двадцати. Так как часто старший бит F_k отличается от старшего бита F_{k-1} .

Переберем для всех чисел Фибоначчи, которые не входят в базис, входят ли они в итоговый XOR (встречаются нечетное число раз), или нет, пусть их XOR равен x . Далее разложим $n \oplus x$ в линейную комбинацию векторов базиса. Так мы переберем порядка 2^{20} различных векторов, которые соответствуют числам Фибоначчи, которые встречаются нечетное число раз. Если их сумма равна y , то дальше необходимо $m - y$ представить в виде суммы удвоенных чисел Фибоначчи, что можно сделать жадно, при правильной четности.