

АиСД у2024. Группы М3138-М3139. Второй семестр.

Письменное домашнее задание 3

Правила сдачи домашнего задания

Вы можете сдать решения как всех описанных ниже заданий, так и любого их подмножества. У каждого задания указан максимальный балл, который вы можете получить. В случае, если решение будет частично верным, вы можете получить неполный балл за решение задания. Если задание не решено, либо решение полностью неверно, вы получите 0 баллов за данное задание.

Оформить решения задач необходимо в LaTeX или Typst. Решения, оформленные от руки или, например, в Google Documents, Microsoft Word и аналогах, проверяться не будут. Таким образом, помимо прочего, оформление решений письменного домашнего задания позволит получить полезные в будущем (например, при написании дипломной работы) навыки.

Для сдачи домашнего задания необходимо прислать решения в срок на следующий адрес электронной почты: `itmo.algo.teaching+y2024@gmail.com`. Дедлайн можно найти в канале курса в Telegram. Тема письма должна быть указана в виде: «Группа НВЗ Фамилия Имя» (без кавычек), например: «М3130 НВЗ Иванов Иван». Обратите внимание, что буква «М» в названии группы — латинская. К письму должен быть прикреплен как скомпилированный `.pdf`-файл, так и исходный `.tex`-файл (или Typst-файл).

Если вы раньше не использовали LaTeX, на странице курса для вас опубликован пример, в котором показаны базовые вещи, которые вам скорее всего пригодятся. Если вы хотите использовать Typst, разберитесь с ним самостоятельно.

Если при решении вы хотите сослаться на какой-то общеизвестный факт, или на факт, который был рассмотрен во время лекций, вы можете сделать это без пояснения. В противном случае необходимо привести доказательство приведенного факта.

Задания

- (4 балла)** На лекции по FFT мы вкратце проговорили про то, что часто можно выполнить преобразование в поле остатков по некоторому «хорошему» простому модулю p . Для этого было необходимо, чтобы $p - 1$ делилось на 2^k , где 2^k — количество коэффициентов нашего многочлена. Однако, мы не доказывали, что этого условия достаточно. Докажите это! Общеизвестные факты, по типу малой теоремы Ферма, можно не доказывать.
- (4 балла)** Рассмотрим уже хорошо известную нам задачу. Дана перестановка $p_1, p_2, \dots, p_n$ и двумерные запросы «количество элементов на отрезке от i до j со значениями от x до y ». Пусть теперь также имеются запросы обмена местами двух **соседних** элементов перестановки p_i и p_{i+1} . Требуется выполнить некоторый подсчет за время $\mathcal{O}(n \log n)$ и отвечать на оба типа запросов за время $\mathcal{O}(\log n)$.
- (6 баллов)** Решите задачу LA, используя $\mathcal{O}(n \log \log n)$ времени на подсчет и $\mathcal{O}(\log \log n)$ времени для ответа на запрос. Использовать идею Micro-Macro Tree с лекции запрещено.